

## **4 Metode clasice de planificare și control a activităților și resurselor proiectului**

### **4.1 Metoda Drumului Critic (C.P.M. Critical Path Metod)**

#### **4.1.1 Considerații generale**

Metodele și tehnicile utilizate cel mai frecvent în managementul prin proiecte, sunt cele de tip A.D.C. (Analiză Drumului Critic). Acestea focalizează atenția managerilor asupra riscurilor posibile pe parcursul evoluției proiectelor.

Proiectul implică finalizarea unor **activități** care consumă timp și resurse, fiind interconectate logic între ele prin intermediul **evenimentelor**. Fiecărei activități îi corespunde un eveniment de start și unul de final. Activitățile care nu pot fi startate decât după apariția unui eveniment, vor fi precedate de activități care trebuie finalizate în acel eveniment.

Dependențele tehnologice dintre activități sunt date de anumite constrângeri tehnologice, financiare, materiale și/sau de personal.

Reprezentarea grafică care fotografiază ansamblul de activități al unui proiect, precum și dependențele dintre acestea, se numește **rețea** sau **graf** (Fig.4.3.)

#### **4.1.2 Terminologia metodei Drumului Critic**

- Fiecare **cerc (nod)** al rețelei reprezintă câte un eveniment al proiectului, în termeni de **start** sau de **final** al uneia sau mai multor activități.
- Fiecare **arc orientat**, care are originea într-un eveniment (start) și destinația într-un alt eveniment (final), reprezintă câte o activitate a proiectului.
- Evenimentul de start al unei activități (eveniment precedent) este notat în mod generic cu litera **i**, iar evenimentul final al unei activități (eveniment succes) este notat în mod generic cu litera **j**, referirea generică a unei activități făcându-se cu ajutorul indicilor celor două noduri între care este cuprins arcul corespunzător activității **a<sub>ij</sub>**. Rețelele de tip ADC sunt adesea numite **diagrame<sub>ij</sub>** [Loc-96]

#### **4.1.3 Prezentarea Metodei Drumului Critic (C.P.M.)**

- Se efectuează analiza structurală a proiectului și pe baza ei se întocmește o listă a activităților lui cu duratele de timp aferente și dependențele dintre ele, impuse de procesul tehnologic.
- O activitate nu poate fi startată până ce nu au fost finalizate toate activitățile, al căror eveniment final corespunde cu evenimentul de start al acesteia.

- Se trasează rețeaua.
- Ordinea reprezentării activităților în rețea, trebuie să respecte într-u totul ordinea și dependențele impuse de procesul tehnologic.
- Nodurile (evenimentele) rețelei sunt numerotate, iar deasupra arcelor (activităților) se înscrie denumirea activităților și/sau duratele de timp ale acestora.
- Evenimentul corespunzător startării primei (primelor) activități din rețea, se numește **eveniment inițial al proiectului**, iar evenimentul corespunzător finalizării ultimei (ultimelor) activități din rețea, se numește **eveniment final al proiectului**.

### Restricții

- Un proiect nu poate avea decât un singur eveniment inițial și un singur eveniment final.
- Nu se admit bucle (evenimentul de start = evenimentul final pentru o activitate).
- Nu se acceptă conexiuni de genul celor din fig. 4.1.a. și fig 4.2.a., ele fiind eliminate cu ajutorul activităților fictive, trasate cu linie punctată și având durata 0, conform fig.4.1.b și respectiv fig.4.2.b.

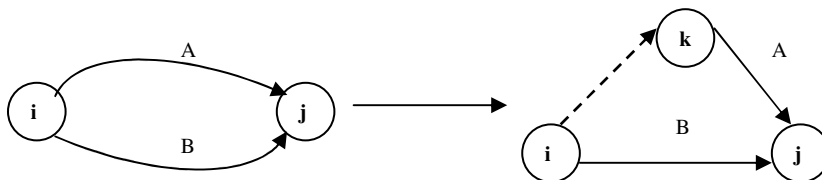


Fig.4.1.a Restricție de tip

Fig.4.1.b Eliminarea restricției de

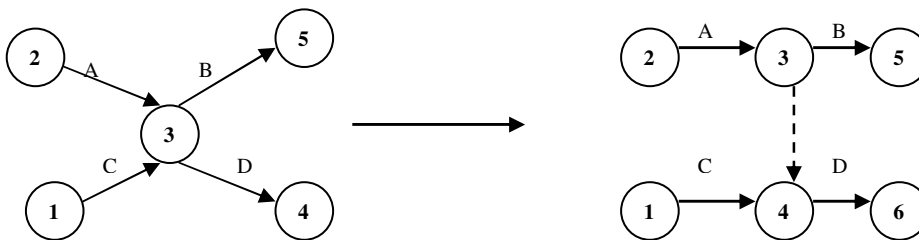


Fig. 4.2.a Restricție de tip stea

Fig. 4.2.b Eliminarea restricției de tip stea

#### 4.1.3.1 Calcularea termenelor evenimentelor

Fiecărui eveniment (nod)  $i$  se asociază doi termeni:

- **Termenul minim** al evenimentului  $i$  (cel mai timpuriu moment când poate să aibă loc respectivul eveniment;  $T_E$  – **Earliest Time**)

$$T_{Ei} = \max \{L(D_{0j})\}; \quad (4.1)$$

unde:

- $D_{0j}$  reprezintă unul din traseele posibile de la evenimentul **0** la evenimentul **i**;
- $L(D_{0j})$  reprezintă lungimea traseului  $D_{0j}$ .

- **Termenul maxim** al evenimentului **i** ( cel mai întârziat moment când poate să aibă loc respectivul eveniment;  **$T_L$  – Latest Time**)

$$T_{Li} = T_{En} - \max \{L(D_{i,n})\} = \min \{T_{En} - L(D_{i,n})\}; \quad (4.2)$$

unde:

- $T_{En}$  reprezintă termenul minim al evenimentului final al proiectului;
- $D_{i,n}$  reprezintă unul din traseele posibile de la evenimentul **i** la evenimentul final **n** al proiectului.

În dreptul fiecărui eveniment al rețelei se configurează câte două căsuțe suprapuse, în care se vor introduce valorile termenelor evenimentelor calculate pe baza procedurii metodei .

### ■ Pașii de calcul a termenelor evenimentelor

- 1) În primul pas numit și **Pasul înainte** (Forward Step), se calculează termenii minimi ai evenimentelor (dinspre evenimentul inițial **0**, spre evenimentul final **n**). Valorile rezultate, se trec în căsuța superioară din dreptul fiecărui nod al rețelei.
- 2) În cel de-al doilea pas numit și **Pasul înapoi** ( Backward Step), se calculează termenii maximi ai evenimentelor (dinspre evenimentul final **n**, spre evenimentul inițial **0**). Valorile rezultate, se trec în căsuța inferioară din dreptul fiecărui nod al rețelei.

Evenimentele, al căror termeni minim și maxim sunt egali ( $T_{Ei} = T_{Li}$ ), se numesc **evenimente critice**. Aceste evenimente nu pot fi întârziate, deoarece nu au rezervă de timp. Evenimentele, al căror termene minim și maxim sunt diferite ( $T_{Ei} \neq T_{Li}$ ), se numesc **evenimente necritice**, ele putând fi amânate cu o întârziere maximă egală cu rezerva evenimentului,  $R_i = T_{Li} - T_{Ei}$ .

Traseul activităților ce pornesc din evenimentul 0 și parcurg evenimentele critice în ordinea numerică a acestora, până la evenimentul n, reprezintă **drumul critic** al proiectului (**drumul cu durata maximă**).

### Exemplu de calcul:

În urma analizei structurale a unui proiect, a rezultat următoarea listă a activităților, având dependențele impuse de procesul tehnologic (Tabelul 4.1).

**Tabelul 4.1**

Activitatea	Activitate direct precedentă	Durata, în zile
A	-	7
B	-	5
C	A	9

D	B	4
E	A,D	7
F	C	2
G	C	6
H	C	3
I	E,F	7
J	G	2
K	G	9
L	H,J	4

Pe baza listei activităților din Tabelul 4.1, a fost trasată rețeaua din Fig. 4.3.

**1) Termenele minime ale evenimentelor (Forward Step)**

$$T_{E0}=0$$

$$T_{E1}=\max\{(0+7)\}=7$$

$$T_{E2}=\max\{(0+5)\}=5$$

$$T_{E3}=\max\{(7+0),(5+4)\}=9$$

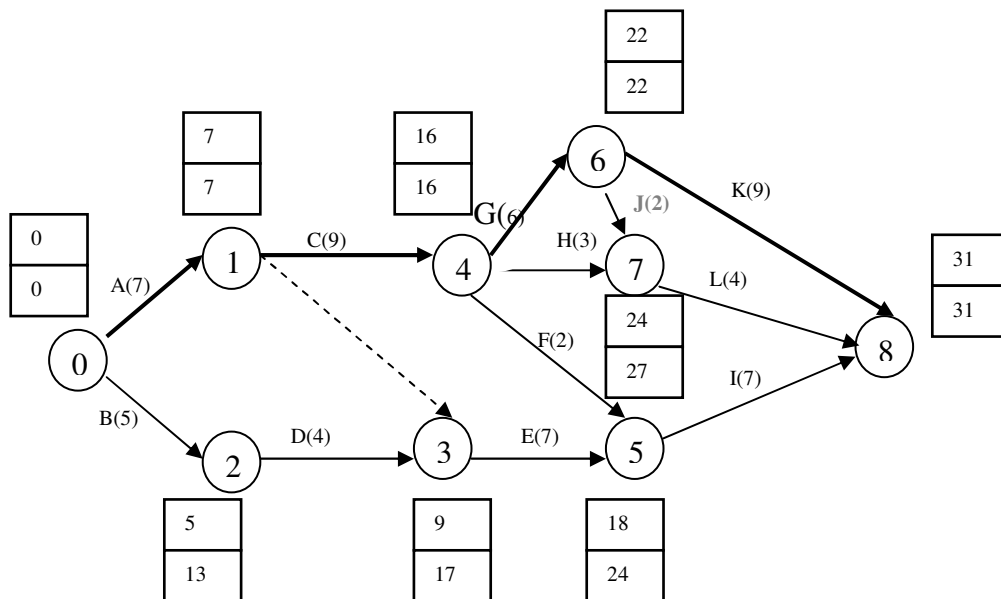
$$T_{E4}=\max\{(7+9)\}=16$$

$$T_{E5}=\max\{(9+7),(16+2)\}=18$$

$$T_{E6}=\max\{(16+6)\}=22$$

$$T_{E7}=\max\{(22+2),(16+3)\}=24$$

$$T_{E8}=\max\{(18+7),(22+9),(24+4)\}=31$$



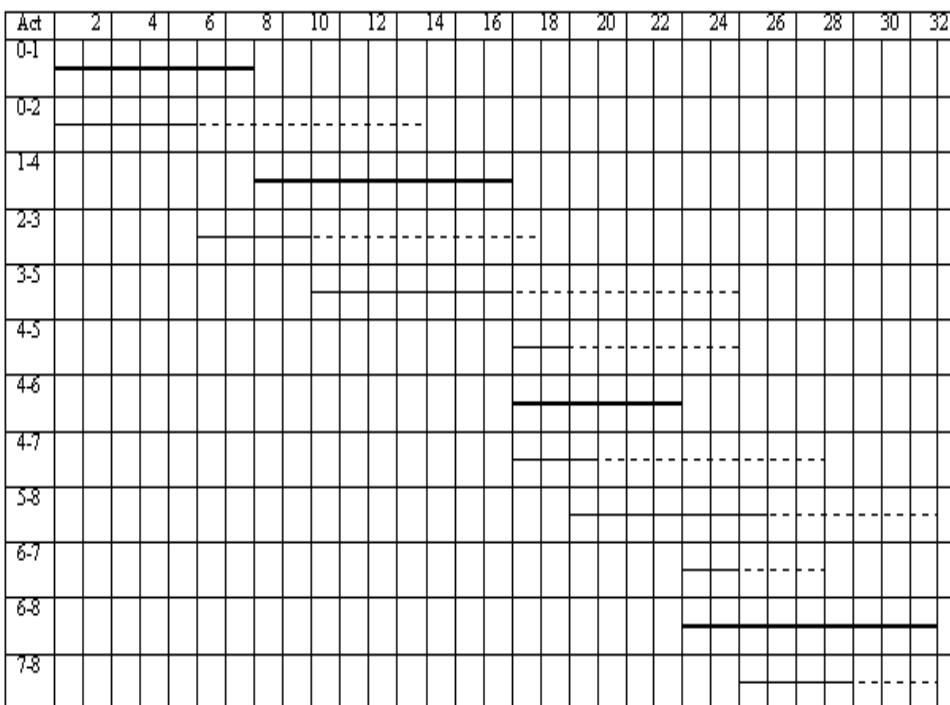
**Fig. 4.3** Rețeaua atașată proiectului

**2) Termenele maxime ale evenimentelor ( Backward Step)**

$$\begin{aligned}
 T_{L8} &= 31 = T_{E8} \\
 T_{L7} &= \min\{(31-4)\} = 27 \\
 T_{L6} &= \min\{(31-9), (27-2)\} = 22 \\
 T_{L5} &= \min\{(31-7)\} = 24 \\
 T_{L4} &= \min\{(24-2), (27-3), (22-6)\} = 16 \\
 T_{L3} &= \min\{(24-7)\} = 17 \\
 T_{L2} &= \min\{(17-4)\} = 13 \\
 T_{L1} &= \min\{(16-9), (17-0)\} = 7 \\
 T_{L0} &= \min\{(7-7), (13-5)\} = 0 = T_{E0}
 \end{aligned}$$

Eșalonarea calendaristică a activităților proiectului este reprezentată în diagrama GANTT din Tabelul 4.2

**Tabelul 4.2** Diagrama GANTT atașată proiectului



**4.1.3.2 Calculul termenelor și rezervelor de timp ale activităților**

a) Teoretic, fiecărei activități  $a_{ij}$ , având durata de timp  $d_{ij}$ , i se asociază patru termene:

- Termenul minim de start,

$$T_S^{\min}(i,j) = T_{Ei}, \tag{4.3}$$

unde:

-  $T_{Ei}$  este cel mai timpuriu moment (Earliest Time) când poate să aibă loc evenimentul  $i$ ;

- Termenul minim de finalizare,

$$T_f^{\min}(i,j) = T_s^{\min}(i,j) + d_{ij} \quad (4.4)$$

- Termenul maxim de finalizare,

$$T_f^{\max}(i,j) = T_{Lj}, \quad (4.5)$$

unde:

-  $T_{Lj}$  – este cel mai întârziat moment (Latest Time) când poate să aibă loc evenimentul j;

- Termenul maxim de start,

$$T_s^{\max}(i,j) = T_f^{\max}(i,j) - d_{ij} \quad (4.6)$$

Dacă o activitate este startată, respectând termenul minim de start  $T_s^{\min}(i,j)$ , aceasta evoluează conform **programului minorant** (fig.4.4).

Dacă o activitate este startată, respectând termenul maxim de start  $T_s^{\max}(i,j)$ , aceasta evoluează conform **programului majorant** (fig.4.4).

**b)** De asemenea, fiecărei activități  $a_{ij}$ , având durata de timp  $d_{ij}$ , i se asociază patru rezerve de timp.

- Rezerva **totală** ( $R_T$ ),

$$R_T(i,j) = T_{Lj} - (T_{Ei} + d_{ij}), \quad (4.7)$$

sau,

$$R_T(i,j) = T_f^{\max}(ij) - T_f^{\min}(ij) \quad (4.8)$$

- Rezerva **liberă** ( $R_L$ ),

$$R_L = R_T(i,j) - (T_{Lj} - T_{Ej}), \quad (4.9)$$

sau,

$$R_L = T_{Ej} - (T_{Ei} + d_{ij}). \quad (4.10)$$

**Rezerva totală și Rezerva liberă** sunt rezervele asociate activității, în cazul evoluției acesteia conform **programului minorant**.

- Rezerva **intermediară** ( $R_i$ ),

$$R_i(ij) = T_{Lj} - (T_{Li} + d_{ij}) \quad (4.11)$$

- Rezerva sigură ( $R_S$ ),

$$R_S(ij) = \max \{ T_{Ej} - (T_{Li} + d_{ij}), 0 \} \quad (4.12)$$

**Rezerva intermediară și Rezerva sigură** sunt rezervele asociate activității, în cazul evoluției acesteia conform **programului majorant**.

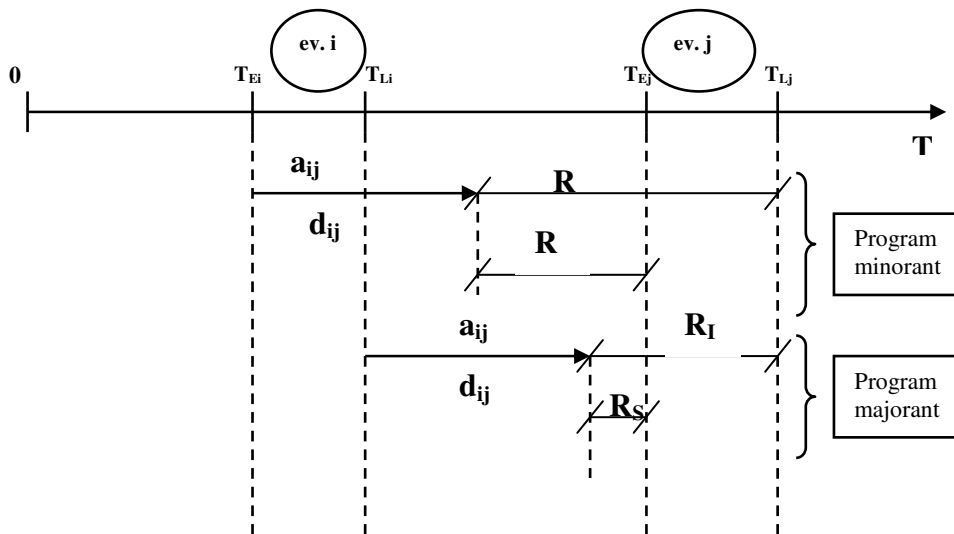


Fig. 4.4 Rezervele de timp

#### ■ Interpretarea celor patru rezerve asociate unei activități în managementul prin proiecte

**Rezerva totală  $R_T$** , – reprezintă intervalul maxim de timp cu care poate fi întârziată o activitate  $a_{ij}$ , startată conform programului minorant, astfel încât durata totală a proiectului să nu fie depășită.

**Rezerva liberă  $R_L$** , – reprezintă intervalul maxim de timp cu care poate fi întârziată o activitate  $a_{ij}$ , startată conform programului minorant, astfel încât durata totală a proiectului să nu fie depășită și nici rezervele de timp ale activităților *succesoare*, să nu fie depășite (rezerva de timp a evenimentului  $j$  să nu fie depășită).

**Rezerva intermediară  $R_I$** , - reprezintă intervalul maxim de timp cu care poate fi întârziată o activitate  $a_{ij}$ , startată conform programului majorant, astfel încât durata totală a proiectului să nu fie depășită și nici rezervele de timp ale activităților *predecesoare* să nu se anuleze.

**Rezerva sigură  $R_S$** , - reprezintă intervalul maxim de timp cu care poate fi întârziată o activitate  $a_{ij}$ , startată conform programului minorant, astfel încât durata totală a proiectului să nu fie

depășită și nici rezervele de timp ale activităților predecesoare și/sau succesoare, să nu fie afectate.

Dacă pentru o activitate  $a_{ij}$

$R_T = 0 \Rightarrow R_L = R_I = R_S = 0$ , atunci activitatea este **critică**;

iar dacă,

$R_T \neq 0$ , atunci activitatea este **necritică**.

## 4.2 Metoda PERT (Programme Evaluation and Review Technique)

Există foarte multe situații neprevăzute care afectează mediul economic, și ca urmare, duratele activităților nu pot fi estimate decât cu un anumit grad de imprecizie. Metoda PERT este asemănătoare metodei Drumului Critic (CPM), abordând, însă, problema planificării proiectului din punct de vedere probabilistic. Astfel, în cadrul metodei PERT sunt necesare trei estimări de timp pentru fiecare activitate:

$t_{0ij}$  = durata optimistă (minimă) pentru realizarea activității (i,j);

$t_{mij}$  = durata cea mai probabilă de realizarea a activității (i,j) în condiții normale de evoluție;

$t_{pij}$  = durata pesimistă (maximă) pentru realizarea activității (i,j).

Acestor estimări li se calculează media și dispersia, erorile fiind menținute în cadrul unei curbe de distribuție normale, caracteristică fiecărui tip de proiect.

Astfel, pentru durata medie  $t_{e(ij)}$  a fiecărei activități aparținând unui același proiect, se utilizează una dintre cele două formule statistice, în funcție de tipul proiectului sau familia de proiecte din care face parte:

$$t_{e(ij)} = \frac{t_{o(ij)} + 4t_{m(ij)} + t_{p(ij)}}{6} \quad (4.13)$$

$$t_{e(ij)} = \frac{t_{o(ij)} + 3t_{m(ij)} + 2t_{p(ij)}}{6} \quad (4.14)$$

Gradul de nesiguranță rezultat din estimarea duratei unei activități  $a_{ij}$ , se apreciază prin intermediul dispersiei  $\sigma^2_{e(ij)}$ , având următoarea formulă de calcul:

$$\sigma^2_{e(ij)} = \frac{(t_{p(ij)} - t_{o(ij)})^2}{36} \quad (4.15)$$



Metoda PERT calculează în continuare drumul critic pe baza analizei în rețea CPM. În final, durata estimată a drumului critic  $T_e$  și dispersia totală  $\sigma_p$ , se calculează cu formulele:

$$T_e = \sum_{(i,j) \in \text{Dr.Cr.}} t_{e(i,j)} \quad (4.16)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{(i,j) \in \text{Dr.Cr.}} \sigma^2(i,j) \quad (4.17)$$

În cazul în care s-a considerat și un termen estimat  $T_F$  de finalizare al proiectului, metoda PERT include calculul factorului de probabilitate  $Z$  de încadrare a duratei estimate a Drumului Critic  $T_e$  în termenul  $T_F$ .

$$Z = \frac{T_p - T_e}{\sqrt{\sigma_p^2}} \quad (4.18)$$

În continuare cu ajutorul factorului  $Z$  și al Tabelului 4.3, se determină probabilitatea de finalizare a proiectului în termenul prestabilit  $T_p$ .

**Tabelul 4.3**

Z	Probabilitatea	Z	Probabilitate a	Z	Probabilitatea
0,0	0,5000	2,1	0,9821	-1,9	0,0287
0,1	0,5398	2,2	0,9861	-1,8	0,0359
0,2	0,5793	2,3	0,9893	-1,7	0,0446
0,3	0,6179	2,4	0,9918	-1,6	0,0548
0,4	0,6554	2,5	0,9938	-1,5	0,0668
0,5	0,6915	2,6	0,9953	-1,4	0,0808
0,6	0,7257	2,7	0,9965	-1,3	0,0968
0,7	0,7580	2,8	0,9974	-1,2	0,1151
0,8	0,7881	2,9	0,9981	-1,1	0,1357
0,9	0,8159	3,0	0,9987	-1,0	0,1587
1,0	0,8413	-3,0	0,0013	-0,9	0,1841
1,1	0,8613	-2,9	0,0019	-0,8	0,2119
1,2	0,8849	-2,8	0,0026	-0,7	0,2420
1,3	0,9032	-2,7	0,0035	-0,6	0,2743
1,4	0,9192	-2,6	0,0047	-0,5	0,3085
1,5	0,9332	-2,5	0,0062	-0,4	0,3446
1,6	0,9452	-2,4	0,0082	-0,3	0,3821

1,7	0,9554	-2,3	0,0107	-0,2	0,4207
1,8	0,9641	-2,2	0,0139	-0,2	0,4602
1,9	0,9713	-2,1	0,0179	-0,0	0,5000
2,0	0,9772	-2,0	0,0228	-	

### Exemplu de calcul

În urma analizei structurale a unui proiect de cercetare, a rezultat următoarea listă a activităților, având estimate duratele optimiste, probabile și pesimiste. (Tabelul 4.4)

**Tabelul 4.4**

Activitatea	Activitate direct precedentă	Durata Optimistă (zile)	Durata Probabilă (zile)	Durata Pesimistă (zile)
A	-	1,5	2	4
B	-	2	3	4
C	A	1,3	2	3
D	B	2	4	5
E	B	2	3	4
F	C,D	1,5	2	4
G	E	2	4	5

Utilizând datele din tabelul 4.4 și aplicând formulele (4.13) și (4.15) s-au obținut următoarele valori pentru  $t_{e(i,j)}$  și  $\sigma^2_{(i,j)}$ , (Tabelul 4.5).

**Tabelul 4.5**

Activitatea	$t_{e(i,j)}$	$\sigma^2_{(i,j)}$
A	2,25	0,1736
B	3	0,111
C	2,05	0,08
D	3,83	0,25
E	3	0,111
F	2,25	0,173
G	3,83	0,25

Rețeaua asociată activităților din Tabelul 4.4, este prezentată în Figura 4.5

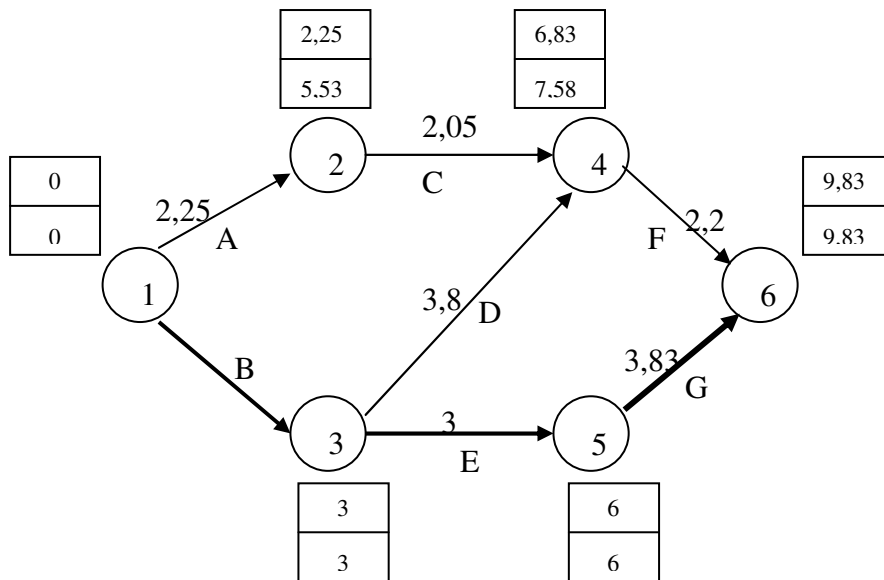


Fig. 4.5 Rețeaua proiectului prezentat în Tabelul 4.4

În continuare, pe baza duratelor medii  $t_{e(i,j)}$  din Tabelul 4.5 și a grafului asociat din Fig.4.5, se determină evenimentele critice, drumul critic și durata acestuia, aplicând metoda C.P.M. (§ 4.1.3)

**a) Termenele minime ale evenimentelor (Forward Step)**

$$T_{E1}=0$$

$$T_{E2}=\max\{(0+2,25)\}=2,25$$

$$T_{E3}=\max\{(0+3)\}=3$$

$$T_{E4}=\max\{(2,25+2,05),(3+3,83)\}=6,83$$

$$T_{E5}=\max\{3+3\}=6$$

$$T_{E6}=\max\{(6,83+2,25),(6+3,83)\}=9,83$$

**b) Termenele maxime ale evenimentelor ( Backward Step)**

$$T_{L6}= 9,83 =T_{E6}$$

$$T_{L5}= \min\{(9,83- 3,83)\}= 6$$

$$T_{L4}= \min\{(9,83-2,25)\}= 7,58$$

$$T_{L3}= \min\{(7,58-3,83), (6-3)\}= 3$$

$$T_{L2}= \min\{(7,58-2,05)\}= 5,53$$

$$T_{L1}= \min\{(5,53-2,25), (3-3)\}= 0 = T_{E1}$$

Evenimentele critice rezultate sunt **1,3,5,6**, deci, drumul critic este dat de secvența activităților **B, E, G**. Durata estimată a drumului critic, calculată pe baza formulei (4.16), este  $T_e = 9,83$  zile, iar dispersia totală, calculată pe baza formulei (4.17), este  $\sigma_p^2 = 0,472$ .

Considerând că timpul estimat de finalizare este  $T_F = 10$  zile, conform formulei (4.18) se calculează factorul  $Z = 0,247$ , care conform Tabelului 4.3 corespunde unei probabilități de realizare  $P = 57\%$ , fiind considerată o valoare optimă.

### 4.3 Planificarea resurselor

Planificarea resurselor reprezintă o problemă complexă, care poate fi abordată din mai multe puncte de vedere.

Inițial, planificarea activităților se realizează ținând cont doar de analiza parametrului de timp și de dependențele dintre activități impuse de procesul tehnologic.

Pentru ca activitățile să poată fi realizate conform planificatorului, sunt necesare resurse umane, de echipament, resurse financiare, sau de alt gen (spații de producție special amenajate, etc.).

Necesarul resurselor pentru realizarea unui program, nu este întotdeauna similar cu disponibilul acestora din cadrul firmei / echipei. De obicei, disponibilul este mai mic, fapt ce impune o alocare și programare foarte atentă a resurselor.

De asemenea, conform planificatorului inițial, necesarul zilnic poate oscila de la o perioadă la alta sau chiar de la o zi la alta, putând apărea situații total ineficiente din punct de vedere al consumului de resurse. În acest caz se impune o nivelare a resurselor alocate pentru eliminarea variantelor nedorite, astfel încât, utilizarea lor să fie optimă și eficientă.

Una din metodele clasice de analiză a resurselor necesare unui proiect în funcție de disponibil, este cea prin intermediul **diagramelor**. Aceasta oferă o **vizualizare comparativă** (Fig.4.8.) a profilului necesarului zilnic pentru o anumită resursă asociată proiectului, față de profilul disponibilului zilnic din firma respectivă.

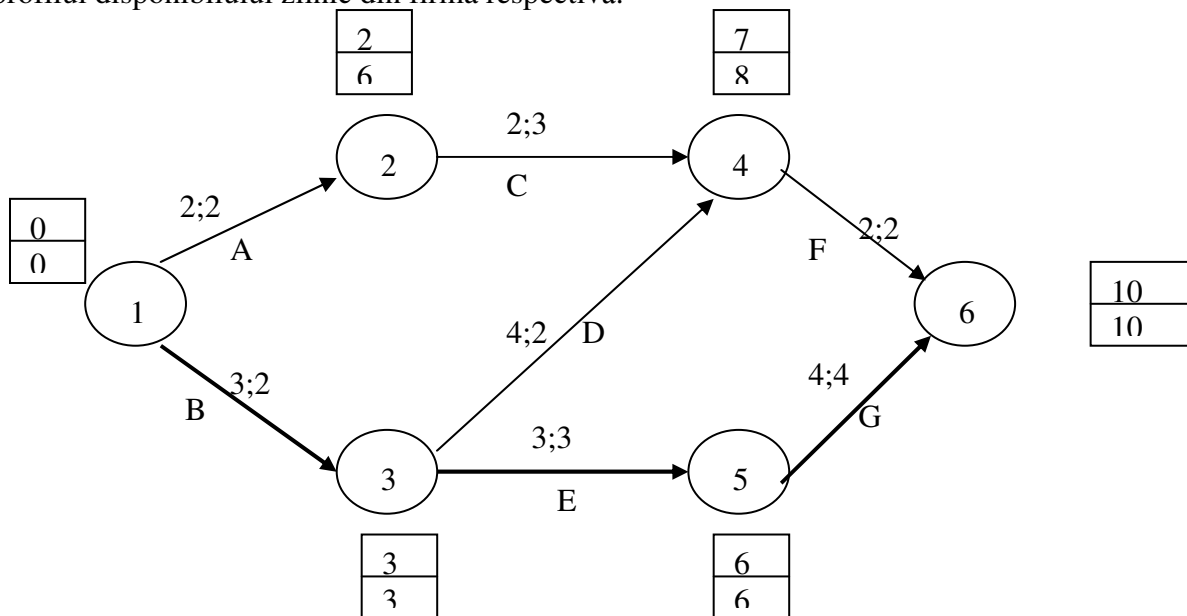


Fig. 4.6 Rețeaua proiectului

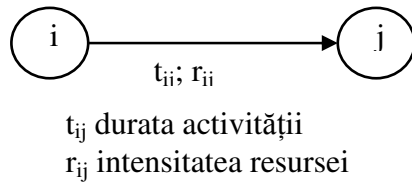


Fig. 4.7 Dependența între două evenimente ale proiectului

**Exemplu de analiză, a resurselor necesare unui proiect în funcție de disponibil, prin intermediul diagramelor:**

Fie proiectul reprezentat în rețeaua din Fig.4.6, având necesarul unui anumit tip de resursă, înscris deasupra fiecărui arc al activităților. Intensitatea resursei necesare fiecărei activități, este precedată de durata activității, (Fig.4.7)

**Tabelul 4.6**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A			---	---	---	---				
B										
C					---	---	---	---		
D								---		
E										
F										---
G										

**Tabelul 4.6** ilustrează diagrama Gantt a proiectului reprezentat prin intermediul rețelei din Fig 4.6.

**Tabelul 4.7** ilustrează numeric necesarul zilnic/activitate și necesarul zilnic cumulat al proiectului, într-o reprezentare calendaristică (diagramă Gantt).

Reprezentarea grafică a necesarului zilnic/activitate și cel cumulat, a fost realizată în Fig. 4.8. Conturul a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l reprezintă profilul necesarului unui tip de resursă pentru proiect, pornind de la evenimentul inițial până la evenimentul final. Considerând că disponibilul acestui tip de resursă este 6 (linia punctată), se impune o nivelare a alocării resursei, în cazul în care este permis acest lucru, sau o reprogramare a activităților.

Prin nivelarea resurselor, se caută o soluție de reprogramare a activităților necritice în cadrul rezervelor de timp, astfel încât, durata totală a proiectului să nu fie afectată (drumul critic rămâne același), iar oscilațiile resurselor să se reducă până la obținerea unui profil optim.

**Tabelul 4.7**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	2	2	-----	-----	-----	-----				
B	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>							
C			3	3	-----	-----	-----	-----		
D				2	2	2	2	-----		
E				<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>				
F								2	2	-----
G							<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
	4	4	5	8	5	5	6	6	6	4

**Tabelul 4.8**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	2	2	-----	-----	-----	-----				
B	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>							
C			3	3	-----	-----	-----	-----		
D					2	2	2	2		
E				<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>				
F									2	2
G							<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
	4	4	5	6	5	5	6	6	6	6

În urma analizării soluțiilor posibile de nivelare, s-a decis să se întârzie activitatea **D** cu 1 zi și activitatea **F** cu 1 zi. Rezultatul acestei nivelări este ilustrat numeric în Tabelul 4.8, iar reprezentarea grafică a profilului nivelat a fost realizată în Fig. 4.9